Procesos y Máquinas Industriales II- Clase IX

Prof. Mariana Suarez

28 de septiembre de 2018

Plan de la clase

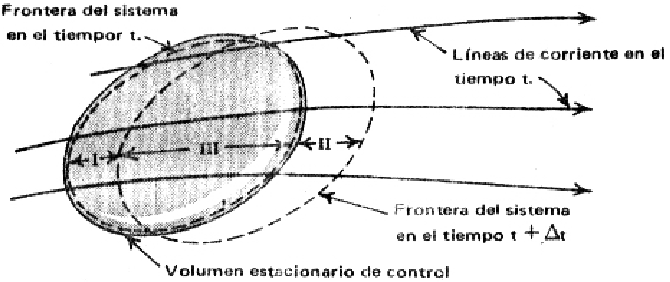
- Segunda ley de Newton del movimiento

Plan de la clase

- Segunda ley de Newton del movimiento
- Principio de conservación de la energía

Segunda ley de Newton del movimiento

La rapidez de cambio de momento de un sistema es igual a la fuerza neta que actúa sobre el sistema y ocurre en la dirección de la fuerza neta.



Segunda ley de Newton del movimiento (cont.)

En este caso, la Ley de Newton se escribe

$$\sum \bar{F} = \frac{d}{dt}(m\bar{v}) = \frac{d}{dt}\bar{P}$$

- Momento lineal del sistema en el tiempo $t + \Delta t$

$$\bar{P}\big]_{t+\Delta t} = \bar{P}_{II}\big]_{t+\Delta t} + \bar{P}_{III}\big]_{t+\Delta t}$$

- Momento lineal del sistema en el tiempo t

$$\bar{P}\big]_{t} = \bar{P}_{I}\big]_{t} + \bar{P}_{III}\big]_{t}$$

- Restando las expresiones anteriores y dividiendo por Δt

$$\frac{\bar{P}\big]_{t+\Delta t} - \bar{P}\big]_{t}}{\Delta t} = \frac{\bar{P}_{II}\big]_{t+\Delta t} + \bar{P}_{III}\big]_{t+\Delta t} - \bar{P}_{I}\big]_{t} - \bar{P}_{III}\big]_{t}}{\Delta t}$$

Segunda ley de Newton del movimiento (cont.)

- Tomando límite y reordenando

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\bar{P}\big]_{t+\Delta t} - \bar{P}\big]_{t}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\bar{P}_{III}\big]_{t+\Delta t} - \bar{P}_{III}\big]_{t}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\bar{P}_{II}\big]_{t+\Delta t} -}{\Delta t}$$

- Puede escribirse:

$$\frac{d}{dt}\overline{P} = \frac{d}{dt}\overline{P}_{III} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{P}_{II}\big]_{t+\Delta t} - \overline{P}_{I}\big]_{t}}{\Delta t}$$

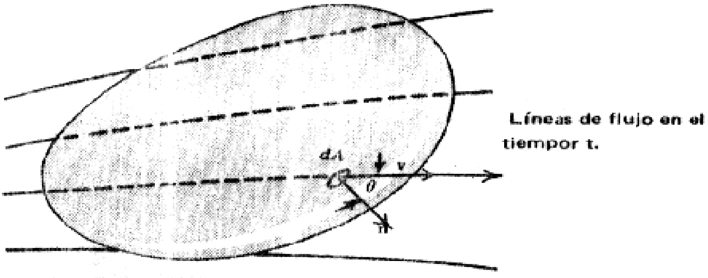
donde

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{P}_{II}\big]_{t+\Delta t} - \overline{P}_{I}\big]_{t}}{\Delta t}$$

representa la rapidez neta de flujo de salida de momento a través de la sup. de control en el intervalo Δt

Segunda ley de Newton del movimiento(cont.)

Aplicación de la Ley de Newton a un volumen de control (VC) en un campo de flujo de fluído



Segunda ley de Newton del movimiento(cont.)

- Fuerza total sobre el VC: $\sum \overline{F}$
- Rapidez de flujo de salida de momento:

$$\overline{v}\,(\rho\, v) cos\,\theta\, dS = \rho\,\overline{v}(\overline{v}\,.\,\overline{n})\,dS$$

- Flujo neto de salida de momento del VC

$$\int\int_S \rho\,\overline{v}(\overline{v}\,.\,\overline{n})\,dS$$

Segunda ley de Newton del movimiento (cont.)

Se ve que
(rapidez del momento que sale del VC)- (rapidez del momento que entra al VC) $= \int\int_S \rho\, \overline{v}(\overline{v}\,.\,\overline{n})\, dS$
$\surd$ Rapidez de acumulación de momento lineal dentro del VC:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\int\int_V \overline{v}\,\rho\, dV$$

El equilibrio total de momento lineal para un VC se transforma en

$$\sum \overline{F} = \int\int_S \rho\, \overline{v}(\overline{v}\,.\,\overline{n})\, dS + \frac{\partial}{\partial t}\int\int\int_V \overline{v}\,\rho\, dV$$

Segunda ley de Newton del movimiento (cont.)

(Teorema del momento)
En coordenadas rectangulares, se puede escribir por las ec. escalares:

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= \int\int_S \rho\, v_x(\overline{v}\,.\,\overline{n})\, dS + \frac{\partial}{\partial t}\int\int\int_V v_x\,\rho\, dV \\
\sum F_y &= \int\int_S \rho\, v_y(\overline{v}\,.\,\overline{n})\, dS + \frac{\partial}{\partial t}\int\int\int_V v_y\,\rho\, dV \\
\sum F_z &= \int\int_S \rho\, v_z(\overline{v}\,.\,\overline{n})\, dS + \frac{\partial}{\partial t}\int\int\int_V v_z\,\rho\, dV
\end{aligned}$$

Principio de conservación de la energía aplicado a fluídos en movimiento

Primera Ley de la Termodinámica

$$\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta W}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

- Energía total del sistema en el tiempo $t + \Delta t$

$$E]_{t+\Delta t} = E_{II}]_{t+\Delta t} + E_{III}]_{t+\Delta t}$$

- Energía total del sistema en el tiempo t

$$E]_t = E_I]_t + E_{III}]_t$$

Principio de conservación de la energía aplicado a fluídos en movimiento

- Restando las expresiones anteriores y dividiendo por Δt

$$\frac{E]_{t+\Delta t} - E]_t}{\Delta t} = \frac{E_{II}]_{t+\Delta t} + E_{III}]_{t+\Delta t} - E_{I}]_t - E_{III}]_t}{\Delta t}$$

- Tomando límite y reordenando

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{E]_{t+\Delta t} - E]_t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E_{III}]_{t+\Delta t} - E_{III}]_t}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E_{II}]_{t+\Delta t} - E}{\Delta t}$$

Principio de conservación de la energía aplicado a fluídos en movimiento

- Puede escribirse:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE_{III}}{dt} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E_{II}]_{t+\Delta t} - E_{I}]_{t}}{\Delta t}$$

donde

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{E_{II}]_{t+\Delta t} - E_{I}]_{t}}{\Delta t}$$

representa la rapidez neta de la energía que sale a través de la sup. de control en el intervalo Δt

Principio de conservación de la energía aplicado a fluídos en movimiento

Aplicación de la Primera Ley de la Termodinámica a un VC en un campo de flujo de fluído

- Rapidez de aumento del calor del VC y trabajo realizado:

$$\frac{\delta Q}{dt} \ y \ \frac{\delta W}{dt}$$

- Rapidez de flujo de salida de energía:

$$e(\rho\, v) cos\,\theta\, dS = e\,\rho\,(\overline{v}\,.\,\overline{n})\, dS$$

- Flujo neto de salida de la energía del VC

$$\int\int_S e\,\rho\,(\overline{v}\,.\,\overline{n})\, dS$$

Principio de conservación de la energía aplicado a fluídos en movimiento

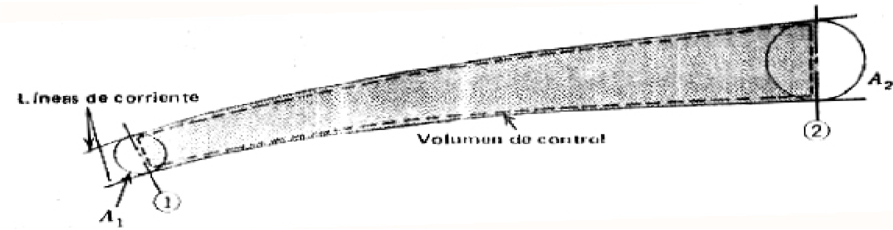
Se ve que
(rapidez de energía que sale del VC)- (rapidez de energía que entra al VC) $= \int\int_S e\rho\,(\overline{v}\,.\,\overline{n})\,dS$
$\surd$ Rapidez de acumulación de energía dentro del VC:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\int\int_V e\rho\,dV$$

La Primera Ley de la Termodinámica aplicada al VC puede escribirse entonces:

$$\frac{\delta Q}{dt}-\frac{\delta W}{dt}=\int\int_S e\rho\,(\overline{v}\,.\,\overline{n})\,dS+\frac{\partial}{\partial t}\int\int\int_V e\rho\,dV$$

Un caso especial: La ecuación de Bernoulli



Flujo permanente, incompresible, no viscoso, sin transferencia de calor ni variación de energía interna.

$$\frac{\delta Q}{dt} = 0 \qquad \frac{\delta W}{dt} = 0$$

Un caso especial: La ecuación de Bernoulli (cont.)

$$\int\int_S \rho \left(e + \frac{P}{\rho}\right)(\overline{v}\,.\,\overline{n})\,dS =$$

$$\int\int_{S_1} \rho \left(e + \frac{P}{\rho}\right)(\overline{v}\,.\,\overline{n})\,dS, + \int\int_{S_2} \rho \left(e + \frac{P}{\rho}\right)(\overline{v}\,.\,\overline{n})\,dS =$$

$$= \left(gh_1 + \frac{v_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho_1}\right)(-\rho_1\, v_1\, S_1) + \left(gh_2 + \frac{v_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho_2}\right)(\rho_2\, v_2\, S_2)$$

Además

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\int\int_V e\,\rho\,dV = 0$$

Un caso especial: La ecuación de Bernoulli (cont.)

La Primera Ley queda

$$\left(gh_1 + \frac{v_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho_1}\right)(-\rho_1\, v_1\, S_1) + \left(gh_2 + \frac{v_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho_2}\right)(\rho_2\, v_2\, S_2) = 0$$

Por la ec. de continuidad, $\rho_1\, v_1\, S_1 = \rho_2\, v_2\, S_2$
Dividiendo y teniendo en cuenta $\rho = cte$. se obtiene la
Ecuación de Bernoulli

$$\left(gh_1 + \frac{v_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho}\right) = \left(gh_2 + \frac{v_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho}\right)$$

$$\left(h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho\, g}\right) = \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho\, g}\right)$$