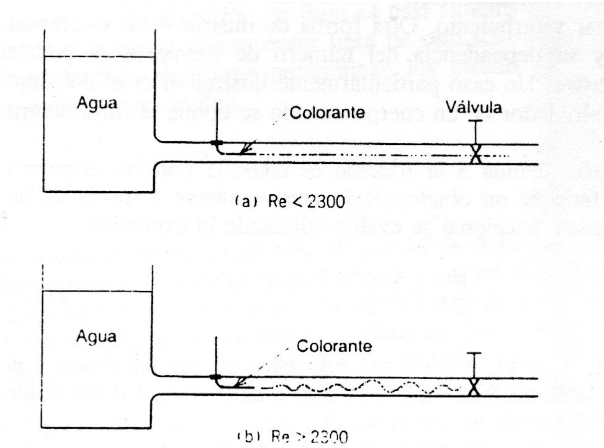
CLASE XI

FLUJO EN CONDUCTOS CERRADOS

Características del flujo viscoso

- flujo laminar: ordenado, capas adyacentes de flúido resbalan unas sobre otras. Validez de la Ley de Newton de la viscosidad.
- flujo turbulento: se transfieren pequeños paquetes de partículas de fluído de una capa a otra.

Experimento de Reynolds



La transición laminar-turbulento es función de la velocidad del fluído.
Otras variables determinantes: diámetro del tubo, densidad y viscosidad del fluído. Las cuatro se combinan en el parámetro adimensional:

$$Re = \frac{\rho\, v\, D}{\mu} = \frac{v\, D}{\nu}$$

$Re_{cr} = 2300$, para flujo en tuberías circulares.

ANÁLISIS DIMENSIONAL DE FLUJO EN CONDUCTOS

Observación: Para un estudio detallado del análisis dimensional en flujo de fluídos, consultar el libro de Welty, Wicks y Wilson. En particular, el Método de Buckingham (Capítulo 11).

Del análisis dimensional, se tiene que los parámetros adimensionales relevantes para analizar el flujo de fluídos en conductos son los que siguen:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{\Delta P}{\rho v^2} = Eu \\ \Pi_2 &= \frac{L}{D} \\ \Pi_3 &= \frac{e}{D} \\ \Pi_4 &= \frac{\rho\, v\, D}{\mu} = Re \end{aligned}$$

Donde e es la rugosidad de la tubería.

Como la caída de presión se debe en este caso a la fricción, en $\Pi_1 = Eu$ se reemplaza la pérdida de carga por fricción gh_L como sigue:

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho v^2} = \frac{h_L}{v^2/g}$$

Luego de realizar el análisis dimensional, se llega a

$$Eu = \frac{h_L}{v^2/g} = \Phi_1\left(\frac{L}{D}, \frac{e}{D}, Re\right)$$

Por datos experimentales, se sabe que la pérdida de carga en flujo totalmente desarrollado es directamente proporcional a $\frac{L}{D}$, entonces en la expresión anterior queda:

$$\frac{h_L}{v^2/g} = \frac{L}{D}\Phi_2\left(\frac{e}{D}, Re\right)$$

La función Φ_2,que varía con la rugosidad relativa y el número de Reynolds, representa el *factor de fricción*.

$$\Phi_2\left(\frac{e}{D}, Re\right) = f$$

Entonces, la *pérdida de carga* se expresa

$$H_L = \frac{\Delta P}{\rho} = g\, h_L = f\,\frac{L}{D}v^2$$

donde h_L se llama *pérdida de altura* debida a la fricción y $H_L = h_L\, g$ se llama *pérdida de carga* debida a la fricción.

Factor de fricción y determinación de la pérdida de carga (o altura) para un flujo en tuberías

1. Factor de fricción
   Para un tubo de longitud L y diámetro D, la pérdida friccional de altura se calcula

   $$h_L = 2\, f_f\, \frac{L}{D}\frac{v^2}{g}$$

   donde f_f es el factor de fricción de Fanning

   Correlaciones para el factor de fricción de Fanning

   - Flujos laminares ($Re < 2300$)

     $$f_f = \frac{16}{Re}$$

   - Flujos turbulentos, tubo liso($Re > 3000$)

     $$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 4\, log_{10}\, [Re\sqrt{f_f}] - 0{,}4 \quad (1)$$

   - Flujos turbulentos, tubo rugoso($\left(\frac{D}{e}\right) / (Re\sqrt{f_f}) < 0{,}01$)

     $$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 4\, log_{10}\left[\frac{D}{e}\right] + 2{,}28 \quad (2)$$

- Flujos de transición

$$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = 4\,log_{10}\,\frac{D}{e} + 2{,}28 - 4\,log_{10}\left(4{,}67\frac{\frac{D}{e}}{Re\sqrt{f_f}} + 1\right) \tag{3}$$

Una correlación más reciente dada por Haaland , que tiene la ventaja de ser explícita para f_f, se ha desarrollado para los siguientes rangos de número de Reynolds y rugosidad relativa

$$4\,10^4 \leq Re \leq 10^8$$

$$0 \leq \frac{e}{D} \leq 0{,}05$$

En estos casos, el factor de fricción de Fanning puede calcularse como sigue:

$$\frac{1}{\sqrt{f_f}} = -3{,}6\,log_{10}\left[\frac{6{,}9}{Re} + \left(\frac{e}{3{,}7D}\right)^{10/9}\right] \tag{4}$$

<u>Otra definición para el factor de fricción</u>

El factor de fricción también puede definirse:

$$h_L = f_d\,\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}$$

donde f_d es el factor de fricción de Darcy.
Se ve que $f_d = 4\,f_f$

<u>Correlaciones para el factor de fricción de Darcy</u>

- Flujos laminares ($Re < 2300$)

$$f_d = \frac{64}{Re}$$

- Flujos turbulentos, tubo rugoso($e/D >>> \frac{9{,}35}{Re\sqrt{f_d}}$)

$$f_d = \frac{1}{(1{,}14 - 2\,log_{10}\,\frac{e}{D})^2} \tag{5}$$

- Flujos de transición (Fórmula de Colebrook)

$$\frac{1}{\sqrt{f_d}} = 1{,}14 - 2\,log_{10}\left[\frac{e}{D} + \frac{9{,}35}{Re\sqrt{f_d}}\right] \tag{6}$$

Una correlación más reciente, que tiene la ventaja de ser explícita para f_D, se ha desarrollado para los siguientes rangos de número de Reynolds y rugosidad relativa

$$5\,10^3 \leq Re \leq 10^8$$

$$10^{-6} \leq \frac{e}{D} \leq 10^{-2}$$

En estos casos, el factor de fricción de Darcy puede calcularse como sigue:

$$f_d = \frac{0{,}25}{\left(log_{10}\left(\frac{e}{3{,}7\,D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right)^2} \tag{7}$$

2. Pérdidas de carga debidas a los accesorios (pérdidas menores)
   Pèrdidas de carga en válvulas, codos y otros accesorios son función de la geometría del accesorio, de Re y de la rugosidad.
   $$h_L = \frac{\Delta P}{\rho\, g} = K\, \frac{v^2}{2\, g}$$
   donde K depende del accesorio.
   También puede introducirse la longitud equivalente, L_{eq}
   $$h_L = 2 f_f\, \frac{L_{eq}}{D} \frac{v^2}{g}$$
   donde L_{eq} es la long. del tubo que produce una pérdida de carga equivalente a la pérdida de carga en un accesorio en particular.

3. Diámetro equivalente
   Para conductos cerrados no circulares, se define
   $$D_{eq} = 4\, \frac{\text{área de la sección transversal de flujo}}{\text{perímetro mojado}}$$